

加重相乗平均の加重相加平均による近似

～関数電卓なしに実効為替レートは近似計算可能か～

小川健(OGAWA, Takeshi) (専修大学・経済学部・講師)

+81-(0)90-4255-1796, 西暦2017年3/30(木) 数理経済学会・近畿地区@大阪大学・豊中

takeshi.ogawa.123[at]gmail.com, Skype ID: Stream_Take, LINE ID: stream_take

・本発表をお許し頂いた関係者の皆様に感謝致します。(当人は当日、品川より中継)

Introduction/Theme

Theme: 関数電卓が使えない状況で実効為替レートを近似計算させるにはどうすればよいか

実効為替レート: ある通貨と主要通貨間での特定期間内での変動を比率化し, 比重で重み付けをした値として表され, 特定期間内でのその通貨価値の変動を表す指標(名目・実質がある)

例: 日本円, US\$, €の3つしか通貨がないとし, 同時期に $\text{US\$1.} = 102\text{円} \Rightarrow 112.2\text{円}$ (10%分), $\text{€1.} = 120\text{円} \Rightarrow 114\text{円}$ (5%分) 動き, US\$が70%, €が30%の比重であったとする。この間の日本円の名目実効為替レートは約5.3%円安。

$$\left(\frac{112.2}{102}\right)^{0.7} \cdot \left(\frac{114}{120}\right)^{0.3} \approx 1.052669 \dots$$

※物価の変動を考えた「実質」実効為替レートも

実効為替レートの重要性(対US\$だけでいいの?)

- ・ **日銀総裁を呼んでの国会討論**でも(2015年6/10) → その発言などで市場が動いたことも。
- ・ 日本円より交換量の多い通貨が**複数**(US\$, €等)
- ・ IMF(国際通貨基金)指定の基軸通貨(SDR構成通貨)の**多様化**(US\$, €, UK£, 円+**中国人民幣元**)
- ・ 日本の貿易相手国最上位が(一時)中国大陸に → **日本円-US\$だけ見ていればよい時代の終焉**

実効為替レートの計算での難点: 非整数の指数乗(総和=1) → 関数電卓・PCなしに**手計算は絶望的**(コンビニ等で用意可能な**通常の電卓でも無理**)

加重相乗平均型の定義と線形近似

・ S_{it} : 第*t*期の特定通貨と他の通貨*i*との**為替レート**(名目・実質共に可) 例: $\text{US\$1.} = 111\text{円}$ なら名目ではこの「111」の部分当てはめる

・ 特定通貨と他の通貨*i*での比重: a_i (和は1)

・ $S_{i1} \approx S_{it} \Rightarrow$ **線形近似**で[左が定義, 本来右が大]

$$\prod_{i=1}^n \left(\frac{S_{it}}{S_{i1}}\right)^{a_i} \approx \sum_{i=1}^n a_i \cdot \frac{S_{it}}{S_{i1}}$$

証明には $x \approx 1$ での $x \approx 1 + \ln x$ を利用。

・ 比率の変動幅が近ければ「最大と最小の比率の(相対的)平均」で割る等して上記は**一般化可能**

加重相加平均にする意義

- ・ **通常の電卓**(最悪手計算)でも計算可能になる。 → 座学でも**定期試験・小テスト**で**出題可能**に。(iPhone等の電卓機能、PC室等では出題は困難)

関数電卓持参をなぜ想定できない?

- ・ 学部1-2年次(入門)の国際金融では関数電卓が要る項目は事実上、**実効為替レートのみ** → このためだけに購入することは期待できず
- ・ 中堅以下の私立では関数電卓を使いそうな統計学などをなかなか**必修化困難**な事情も

両者の違い(誤差) 評価

- ・ $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{3}{2}$ なら $0 \leq x - 1 - \ln x \leq (x - 1)^2$.
- ・ 誤差として $\varepsilon_i := |x_i - 1|$ なら、

$$\left| \sum_{i=1}^n a_i x_i - \prod_{i=1}^n x_i^{a_i} \right| \leq 2 \left(\max_i \varepsilon_i \right)^2$$

基の誤差上限 (第 <i>n</i> 位:小数)	近似公式との差の上限 (第 <i>n</i> 位:小数)	その差
50%(整数位)	50%(整数位)	同じ
約33%(整数位)	約22%(整数位)	同じ
15%(整数位)	4.5%(第1位)	-1桁
10%(整数位)	2%(第1位)	-1桁
5%(第1位)	0.5%(第2位)	-1桁
1.5%(第1位)	0.045%(第3位)	-2桁
1%(第1位)	0.02%(第3位)	-2桁

- ・ **比率**(相対的な比率に一般化可)で**違いが小数第*n*位未満**でしか現れない場合には、**2つの平均の差は小数第2*n*位迄**で十分近似できている

数値例: トランプ当選と墨ペソ(Mex\$)

- ・ 今通貨はMex\$(メキシコペソ)以外にはUS\$, €, UK£, 日本円の4種だけだったとする。
- ・ 2016年11/8 → 11/9 (**USAでトランプ大統領が当選した前後**)での名目為替レートと, Mex\$と各通貨との比重がMex\$単位で次とする。

	US\$1. =	€1. =	1円 =	UK £ 1. =
11/8	18.3	20.2	0.174	22.7
11/9	20.4	22.9	0.199	25.5
比重	57%	21%	14%	8%

- ・ 正確な計算で $1.123407 \dots$ (**約12.3% Mex\$安**)
 $\left(\frac{20.4}{18.3}\right)^{0.57} \cdot \left(\frac{22.9}{20.2}\right)^{0.21} \cdot \left(\frac{0.199}{0.174}\right)^{0.14} \cdot \left(\frac{25.5}{22.7}\right)^{0.08}$

- ・ 近似計算で $1.123461 \dots$ (**約12.3% Mex\$安**)
 $0.57 \cdot \frac{20.4}{18.3} + 0.21 \cdot \frac{22.9}{20.2} + 0.14 \cdot \frac{0.199}{0.174} + 0.08 \cdot \frac{25.5}{22.7}$
 cf. $\text{US\$1.} = 100\text{円} \Rightarrow 112.3\text{円}$ に一夜で動く並の大混乱

経済学理論と社会への意義

- ・ 色々な通貨を総合した変動を**自分の手で数値計算できてこそ**, 社会的意義もまた深く理解できる