



小川健(OGAWA, Takeshi) (専修大学・経済学部・講師)

+81-(0)90-4255-1796, 西暦2017年3/30(木) 数理経済学会・近畿地区@大阪大学・豊中
takeshi.ogawa.123 [at] gmail.com, Skype ID: Stream_Take, LINE ID: stream_take
・本発表をお許し頂いた関係者の皆様に感謝致します。(当人は当日、品川より中継)

Introduction/Theme

Theme: 関数電卓が使えない状況で実効為替レートを近似計算させるにはどうすればよいか

実効為替レート: ある通貨と主要通貨間での特定期間内での変動を比率化し、比重で重み付けした値として表され、特定期間内でのその通貨価値の変動を表す指標(名目・実質がある)

例: 日本円、US\$、€の3つしか通貨がないとし、
同時期に $US\$1.00 = 102$ 円 $\Rightarrow 112.2$ 円 (10%分)、
 $€1.00 = 120$ 円 $\Rightarrow 114$ 円 (5%分) 動き、US\$が70%、
€が30%の比重であったとする。この間の日本円の名目実効為替レートは約5.3%円安。

$$\left(\frac{112.2}{102}\right)^{0.7} \cdot \left(\frac{114}{120}\right)^{0.3} \approx 1.052669 \dots$$

※物価の変動を考えた「実質」実効為替レートも

実効為替レートの重要性(対US\$だけでいいの?)

- ・ **日銀総裁を呼んでの国会討論**でも(2015年6/10)
→その発言などで市場が動いたことも。
- ・ 日本円より交換量の多い通貨が**複数**(US\$, €等)
- ・ IMF(国際通貨基金)指定の基軸通貨(SDR構成通貨)の**多様化**(US\$, €, UK£, 円+中国人民元)
- ・ 日本の貿易相手国最上位が(一時)中国大陸に
→**日本円-US\$だけ見ていればよい時代の終焉**

実効為替レートの計算での難点: 非整数の指數乗(総和=1)→関数電卓・PCなしに**手計算は絶望的**(コンビニ等で用意可能な**通常の電卓でも無理**)

加重相乗平均型の定義と線形近似

- ・ S_{it} : 第 t 期の特定通貨と他の通貨 i との**為替レート**
(名目・実質共に可) 例: $US\$1.00 = 111$ 円なら名目
ではこの「111」の部分を当てはめる
- ・ 特定通貨と他の通貨 i での比重: a_i (和は1)
- ・ $S_{i1} \doteq S_{it} \Rightarrow$ **線形近似** で[左が定義, 本来右が大]

$$\prod_{i=1}^n \left(\frac{S_{it}}{S_{i1}}\right)^{a_i} \doteq \sum_{i=1}^n a_i \cdot \frac{S_{it}}{S_{i1}},$$

証明には $x \doteq 1$ での $x \doteq 1 + \ln x$ を利用。

- ・ 比率の変動幅が近ければ「最大と最小の比率の(相対的)平均」で割る等して上記は**一般化可能**

加重相加平均にする意義

- ・ **通常の電卓**(最悪手計算)でも計算可能になる。
→座学でも**定期試験・小テストで出題可能に**。
(iPhone等の電卓機能、PC室等では出題は困難)

関数電卓持参をなぜ想定できない?

- ・ 学部1-2年次(入門)の国際金融では関数電卓が要る項目は事実上、**実効為替レートのみ**
⇒このためだけに購入することは期待できず
- ・ 中堅以下の私立では関数電卓を使いそうな統計学などをなかなか**必修化困難**な事情も

両者の違い(誤差)評価

- ・ $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{3}{2}$ なら $0 \leq x - 1 - \ln x \leq (x - 1)^2$.
- ・ 誤差として $\varepsilon_i := |x_i - 1|$ なら、

$$\left| \sum_{i=1}^n a_i x_i - \prod_{i=1}^n x_i^{a_i} \right| \leq 2 \left(\max_i \varepsilon_i \right)^2.$$

基の誤差上限(第 n 位: 小数)	近似公式との差の上限(第 n 位: 小数)	その差
50%(整数位)	50%(整数位)	同じ
約33%(整数位)	約22%(整数位)	同じ
15%(整数位)	4.5%(第1位)	-1桁
10%(整数位)	2%(第1位)	-1桁
5%(第1位)	0.5%(第2位)	-1桁
1.5%(第1位)	0.045%(第3位)	-2桁
1%(第1位)	0.02%(第3位)	-2桁

- ・ **比率**(相対的な比率に一般化可)で違いが小数第 n 位未満でしか現れない場合には、2つの平均の差は小数第 $2n$ 位迄で十分近似できている

数値例: トランプ当選と墨ペソ(Mex\$)

- ・ 今通貨は Mex\$(メキシコペソ)以外には US\$, €, UK£、日本円の4種だけだったとする。
- ・ 2016年11/8 \Rightarrow 11/9 (USAでトランプ大統領が当選した前後)での名目為替レートと、Mex\$と各通貨との比重が Mex\$ 単位で次とする。

	US\$1.00 =	€1.00 =	1円 =	UK £1.00 =
11/8	18.3	20.2	0.174	22.7
11/9	20.4	22.9	0.199	25.5
比重	57%	21%	14%	8%

- ・ 正確な計算で 1.123407 ... (約12.3% Mex\$ 安)

$$\left(\frac{20.4}{18.3}\right)^{0.57} \cdot \left(\frac{22.9}{20.2}\right)^{0.21} \cdot \left(\frac{0.199}{0.174}\right)^{0.14} \cdot \left(\frac{25.5}{22.7}\right)^{0.08}$$

- ・ 近似計算で 1.123461 ... (約12.3% Mex\$ 安)

$$0.57 \cdot \frac{20.4}{18.3} + 0.21 \cdot \frac{22.9}{20.2} + 0.14 \cdot \frac{0.199}{0.174} + 0.08 \cdot \frac{25.5}{22.7}$$

cf. US\$1.00 = 100 円 \Rightarrow 112.3 円 に一夜で動く並の大混乱

経済学理論と社会への意義

- ・ 色々な通貨を総合した変動を**自分の手で数値計算**できこそ、社会的意義もまた深く理解できる