

順序性を仮定した不動点定理とその非線形問題への適用

Fixed point theorems in partially ordered sets and its applications

豊田 昌史
玉川大学工学部マネジメントサイエンス学科
mss-toyoda@eng.tamagawa.ac.jp

2013年12月2日

本講演では, [1] を紹介する. [1] の目次は以下である.

- 1 章 Introduction
- 2 章 Fixed point theorem for contractive mappings
- 3 章 Existence and uniqueness of solution to boundary value problems for fourth order differential equations
- 4 章 Fixed point theorem for Kannan mappings
- 5 章 Relations between contractive mappings and Kannan mappings

次の順序で講演を行う. まずは, 研究全体の概略を紹介する (1 話). 次に, その研究を行うようになった経緯を紹介する. 大きく, 現職に就く前 (2 話) と現職に就いた後 (3 話) に分けて紹介する. 最後に, 研究の詳細 (4 話) を述べる.

1 話 研究全体の概略 (文献 [1], スライド [3])

2 話 不動点定理から変分不等式問題へ (文献 [4], [5])

なぜ不動点定理の研究を始めたかについて述べる. 現職への公募の際に提出した文章 [4] を紹介する. 不動点定理の応用が知りたくて, 変分不等式問題の研究を行った. 特に, 非拡大写像の不動点定理の応用を模索した. 逆強単調写像の変分不等式問題がそれと関係あることを知り, 非拡大写像の不動点定理の手法を応用した研究を行った. 詳しくは [5] およびその参考文献を参照されたい. 主に, 現職に就く前に行った仕事を中心である.

3 話 さらに具体的な微分方程式問題へ (スライド [13])

現職に就いてから, さらに具体的な問題への不動点定理の応用を学生と一緒に学んだ. たとえば, [6, 7, 8, 9] などである. これらが 4 階微分方程式の境界値問題を扱っていたことが, 3 章での結果につながった. また, [10, 11, 12] などの結果を通して, 縮小写像の不動点定理を微分方程式問題に適用する手法を学んだ. また, 微分方程式の問題を扱う際に考える空間には, 自然と順序性を導入できることも知った. これらが, 順序性を仮定した不動点定理である [2] への興味とつながった.

4 話 研究の詳細 (文献 [1])

[2] の不動点定理を紹介する (2 章). 順序空間における縮小タイプの写像に関する不動点定理である. 次に, この不動点定理を用いて, 4 階微分方程式の境界値問題の解の存在と一意性を示す (3 章). さらに,

[2] を参考に Kannan タイプの写像に関する不動点定理を構築する (4 章). 最後に, 縮小タイプの写像と Kannan タイプの写像全体からなる集合の関係について考察する (5 章).

参考文献

- [1] Masashi Toyoda and Toshikazu Watanabe, *Fixed point theorems in partially ordered sets and its applications*, Mathematical Economics Monday Seminar in Keio University, Dec. 2, 2013.
- [2] J J. Nieto and R. R. López, *Contractive mapping theorems in partially ordered sets and applications to ordinary differential equations*, Order, **22**(2005), 223–239.
- [3] Masashi Toyoda and Toshikazu Watanabe, *Kannan mapping theorems in partially ordered sets*, 京都数理解析研究所, 発表用原稿スライド, 2013 年 10 月.
- [4] 豊田昌史, 今後の研究計画, 玉川大学工学部公募提出文章, 2007 年.
- [5] 豊田昌史, ヒルベルト空間での極大単調作用素に関する収束定理, 京都大学数理解析研究所講究録, 1755 (2011), 46–52.
- [6] A. R. Aftabizadeh, *Existence and uniqueness theorems for fourth-order boundary value problems*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, **116** (1986), 415–426.
- [7] R. A. Usmain, *A uniqueness theorem for a boundary value problems*, Proceedings of the American Mathematical Society, **77** (1979), 329–335.
- [8] Y. Yang, *Fourth-order two-point boundary value problems*, Proceedings of the American Mathematical Society, **104** (1988), 175–180.
- [9] 豊田昌史, 長郷彩香, 富川真梨子, 4 階微分方程式の境界値問題における一意性定理, 玉川大学工学部紀要, 44 (2009), 86–91.
- [10] Toshiharu Kawasaki and Masashi Toyoda, *Existence of positive solution for the Cauchy problem for an ordinary differential equation*, Advances in Intelligent and Soft Computing, 100 (2011), 435–441.
- [11] Toshiharu Kawasaki and Masashi Toyoda, *On the existence of solutions of second order differential equations*, to appear in Proceedings of the International Symposium on Banach and Functions Spaces IV, 2013.
- [12] Toshiharu Kawasaki and Masashi Toyoda, *Existence of positive solutions of the Cauchy problem for a second order differential equation*, 2013, 2013:465, 14pages.
- [13] Toshiharu Kawasaki and Masashi Toyoda *On the existence of solutions of second order ordinary differential equations*, 九州工業大学, 発表原稿用スライド, 2012 年 9 月.
- [14] 豊田昌史, 渡辺俊一, 4 階微分方程式境界値問題への半順序集合における不動点定理の適用, 玉川大学工学部紀要, 48 (2013), 31–36.
- [15] Masashi Toyoda and Toshikazu Watanabe, *Kannan mapping theorems and relations between contractive mappings and Kannan mappings in partially ordered sets*, 投稿中.