常微分方程式における時間遅れの影響について

宮崎倫子 (静岡大学・工学部)

常微分方程式に時間遅れを導入すると，多くの場合解は振動しやすくなり，場合によっては不安定となる．例えば，スカラーの微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = -ax, \qquad (a > 0)$$

の解は $x(t) = x_0 e^{-at}$ となり，$t \to \infty$ のとき単調に 0 へと収束するが，上の式に時間遅れ $\tau > 0$ を導入した方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} = -ax(t-\tau)$$

の解の挙動は，時間遅れの大きさに応じて次のように変化する：(i) $0 < a\tau \leq 1/e$ のとき，単調に 0 へと収束する；(ii) $1/e < a\tau < \pi/2$ のとき，振動しながら 0 へと収束する；(iii) $a\tau = \pi/2$ のとき，周期解へと収束する；(iv) $\pi/2 < a\tau$ のとき，振動しながら発散する．

このような時間遅れは，状態フィードバックメカニズムをもつシステムにおいて無視できない場合も多く，その影響（不安定要素としての）をいかに小さくするかということが求められてきた．その一方で，1992 年に Pyragas [2] は，不安定なシステムを時間遅れを利用して安定化させるという方法を提案した．また，F. M. Atay は時間遅れを利用して，周期軌道の周期や振幅を制御する方法を提案している（例えば， [1]）．このように，最近では時間遅れを安定化の道具として利用する研究が徐々に進んできている．本講演では，解の漸近挙動への時間遅れの影響について様々な観点から紹介する．

参考文献

[1] Atay, F. M. , Delayed-feedback control of oscillations in non-linear planar systems, *Int. J. Control*, (2002), **75**, 297–304.

[2] Pyragas, K., Continuous control of chaos by self-controlling feedback, *Phys. Lett. A*, (1992), **170**, 421–428.